



Matemáticas Nivel superior Prueba 1

Jueves 10 de noviembre de 2016 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

2 horas

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

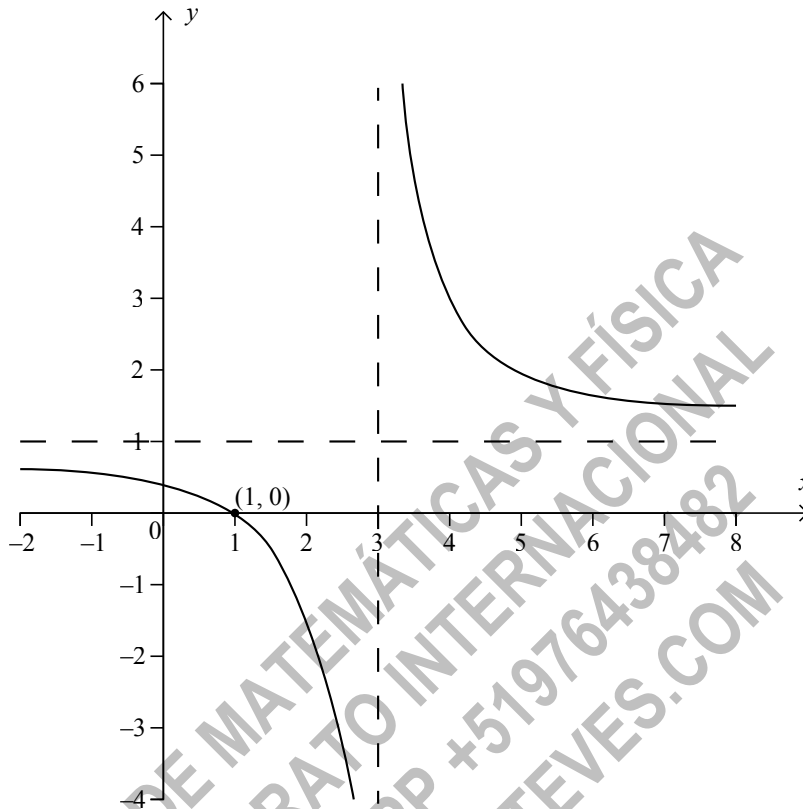
Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de matemáticas NS y de ampliación de matemáticas NS** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[120 puntos]**.



3. [Puntuación máxima: 4]

Una función racional viene dada por $f(x) = a + \frac{b}{x - c}$, donde los parámetros $a, b, c \in \mathbb{Z}$ y $x \in \mathbb{R} \setminus \{c\}$. En la siguiente figura se representa el gráfico de $y = f(x)$.



Utilizando la información que aparece en el gráfico,

- (a) indique el valor de a y el valor de c ; [2]
- (b) halle el valor de b . [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP04

5. [Puntuación máxima: 6]

La ecuación cuadrática $x^2 - 2kx + (k - 1) = 0$ tiene por raíces α y β tales que $\alpha^2 + \beta^2 = 4$. Sin resolver la ecuación, halle los posibles valores del número real k .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

CLASES DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA
BACHILLERATO INTERNACIONAL
WHATSAPP +51976438482
WWW.TEOTEVES.COM



16EP06

7. [Puntuación máxima: 5]

Resuelva la ecuación $4^x + 2^{x+2} = 3$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

CLASES DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA
BACHILLERATO INTERNACIONAL
WHATSAPP +51976438482
WWW.TEOTEVES.COM



16EP08

9. [Puntuación máxima: 9]

Una curva viene dada por la ecuación $3x - 2y^2e^{x-1} = 2$.

(a) Halle una expresión para $\frac{dy}{dx}$ en función de x e y . [5]

(b) Halle las ecuaciones de las tangentes a esta curva en aquellos puntos donde la curva corta a la recta $x = 1$. [4]

CLASES DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA
BACHILLERATO INTERNACIONAL
WHATSAPP +51976438482
WWW.TEOTEVES.COM



16EP10

NO escriba soluciones en esta página.

Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

11. [Puntuación máxima: 22]

Sea $y = e^x \sin x$.

(a) Halle una expresión para $\frac{dy}{dx}$. [2]

(b) Muestre que $\frac{d^2y}{dx^2} = 2e^x \cos x$. [2]

Considere la función f , definida mediante $f(x) = e^x \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$.

(c) Muestre que la función f alcanza un valor máximo local en $x = \frac{3\pi}{4}$. [2]

(d) Halle la coordenada x del punto de inflexión del gráfico de f . [2]

(e) Dibuje aproximadamente el gráfico de f , indicando claramente la posición del punto máximo local, del punto de inflexión y de los puntos de corte con los ejes. [3]

(f) Halle el área de la región delimitada por el gráfico de f y el eje x . [6]

La curvatura de un gráfico en un punto cualquiera (x, y) se define como $\kappa = \frac{\left| \frac{d^2y}{dx^2} \right|}{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}}$.

(g) Halle el valor de la curvatura del gráfico de f en el punto máximo local. [3]

(h) Halle el valor de κ para $x = \frac{\pi}{2}$ y comente acerca de su significado en lo que respecta a la forma del gráfico. [2]



NO escriba soluciones en esta página.

12. [Puntuación máxima: 19]

Sea ω una de las soluciones no reales de la ecuación $z^3 = 1$.

(a) Determine el valor de

(i) $1 + \omega + \omega^2$;

(ii) $1 + \omega^* + (\omega^*)^2$.

[4]

(b) Muestre que $(\omega - 3\omega^2)(\omega^2 - 3\omega) = 13$.

[4]

Considere los números complejos $p = 1 - 3i$ y $q = x + (2x + 1)i$, donde $x \in \mathbb{R}$.

(c) Halle los valores de x que satisfacen la ecuación $|p| = |q|$.

[5]

(d) Resuelva la inecuación $\operatorname{Re}(pq) + 8 < (\operatorname{Im}(pq))^2$.

[6]

13. [Puntuación máxima: 19]

(a) Halle el valor de $\sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{3\pi}{4} + \sin \frac{5\pi}{4} + \sin \frac{7\pi}{4} + \sin \frac{9\pi}{4}$.

[2]

(b) Muestre que $\frac{1 - \cos 2x}{2 \sin x} \equiv \sin x$, $x \neq k\pi$ donde $k \in \mathbb{Z}$.

[2]

(c) Utilice el principio de inducción matemática para demostrar que

$$\sin x + \sin 3x + \dots + \sin (2n - 1)x = \frac{1 - \cos 2nx}{2 \sin x}, \quad n \in \mathbb{Z}^+, \quad x \neq k\pi \text{ donde } k \in \mathbb{Z}.$$

[9]

(d) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, resuelva la ecuación

$$\sin x + \sin 3x = \cos x \text{ en el intervalo } 0 < x < \pi.$$

[6]



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



16EP14

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



16EP15

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



16EP16