



## Matemáticas Nivel superior Prueba 2

Jueves 3 de mayo de 2018 (mañana)

Número de convocatoria del alumno

2 horas

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

### Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de matemáticas NS y de ampliación de matemáticas NS** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[100 puntos]**.



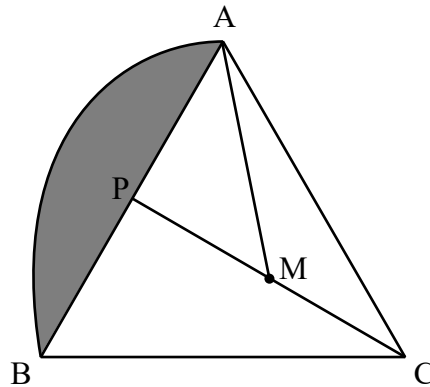






4. [Puntuación máxima: 8]

Considere la siguiente figura.



Los lados del triángulo equilátero  $ABC$  tienen longitudes de 1 m.  $P$  es el punto medio de  $[AB]$ . El arco de circunferencia  $AB$  tiene por centro  $M$ , el punto medio de  $[CP]$ .

(a) (i) Halle  $AM$ .

(ii) Halle  $\widehat{AMP}$  en radianes.

[5]

(b) Halle el área de la región sombreada.

[3]

CLASES DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA  
 BACHILLERATO INTERNACIONAL  
 WHATSAPP +51976438482  
 WWW.TEOTEVES.COM

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....



12EP05

Véase al dorso





7. [Puntuación máxima: 5]

Un punto P se mueve en línea recta. Su velocidad  $v \text{ ms}^{-1}$  en el instante  $t$  segundos viene dada por  $v(t) = e^{-t} - 8t^2e^{-2t}$ , donde  $t \geq 0$ .

(a) Determine el primer instante  $t_1$  en el que P tiene velocidad cero. [2]

(b) (i) Halle una expresión para la aceleración de P en el instante  $t$ .

(ii) Halle el valor de la aceleración de P en el instante  $t_1$ . [3]

CLASES DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA  
 BACHILLERATO INTERNACIONAL  
 WHATSAPP +51976438482  
 WWW.TEOTEVES.COM







No escriba soluciones en esta página.

### Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

9. [Puntuación máxima: 13]

El número de taxis que llegan a la estación de trenes de Cardiff Central se puede modelizar por una distribución de Poisson. Durante las horas del día de mayor afluencia de viajeros los taxis llegan a razón media de 5,3 taxis cada 10 minutos. Sea  $T$  un período aleatorio de 10 minutos perteneciente a esas horas de mayor afluencia.

- (a) (i) Halle la probabilidad de que durante  $T$  lleguen exactamente 4 taxis.
- (ii) Halle el número más probable de taxis que llegarían durante  $T$ .
- (iii) Sabiendo que durante  $T$  llegan más de 5 taxis, halle la probabilidad de que durante  $T$  lleguen exactamente 7 taxis. [7]

Durante las horas tranquilas del día los taxis llegan a razón media de 1,3 taxis cada 10 minutos.

- (b) Halle la probabilidad de que durante un período de 15 minutos —en el cual los primeros 10 minutos son de mayor afluencia de viajeros y los siguientes 5 minutos son tranquilos— lleguen exactamente 2 taxis. [6]



No escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 18]

Considere la expresión  $f(x) = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cotan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ .

- (a) (i) Dibuje aproximadamente el gráfico de  $y = f(x)$  para  $-\frac{5\pi}{8} \leq x \leq \frac{\pi}{8}$ .
- (ii) Haciendo referencia al gráfico anterior, explique por qué  $f$  es una función en el dominio dado.
- (iii) Explique por qué  $f$  no tiene inversa en el dominio dado.
- (iv) Explique por qué  $f$  no es una función para  $-\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ . [5]

La expresión de  $f(x)$  se puede escribir como  $g(t)$ , donde  $t = \tan x$ .

- (b) Muestre que  $g(t) = \left(\frac{1+t}{1-t}\right)^2$ . [3]
- (c) Dibuje aproximadamente el gráfico de  $y = g(t)$  para  $t \leq 0$ . Dé las coordenadas de todos los puntos de corte con los ejes y las ecuaciones de todas las asíntotas. [3]
- (d) Sean  $\alpha, \beta$  las raíces de  $g(t) = k$ , donde  $0 < k < 1$ .
- (i) Halle  $\alpha$  y  $\beta$  en función de  $k$ .
- (ii) Muestre que  $\alpha + \beta < -2$ . [7]



No escriba soluciones en esta página.

11. [Puntuación máxima: 19]

Una curva  $C$  viene dada por la ecuación implícita  $x + y - \cos(xy) = 0$ .

(a) Muestre que  $\frac{dy}{dx} = -\left(\frac{1 + y \operatorname{sen}(xy)}{1 + x \operatorname{sen}(xy)}\right)$ . [5]

(b) La curva  $xy = -\frac{\pi}{2}$  y  $C$  se cortan en P y en Q.

(i) Halle las coordenadas de P y de Q.

(ii) Sabiendo que las pendientes de las tangentes a  $C$  en P y en Q son  $m_1$  y  $m_2$ , respectivamente, muestre que  $m_1 \times m_2 = 1$ . [7]

(c) Halle las coordenadas de los tres puntos de  $C$  más próximos al origen de coordenadas en los que la tangente es paralela a la recta  $y = -x$ . [7]

CLASES DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA  
BACHILLERATO INTERNACIONAL  
WHATSAPP +51976438482  
WWW.TEOTEVES.COM

