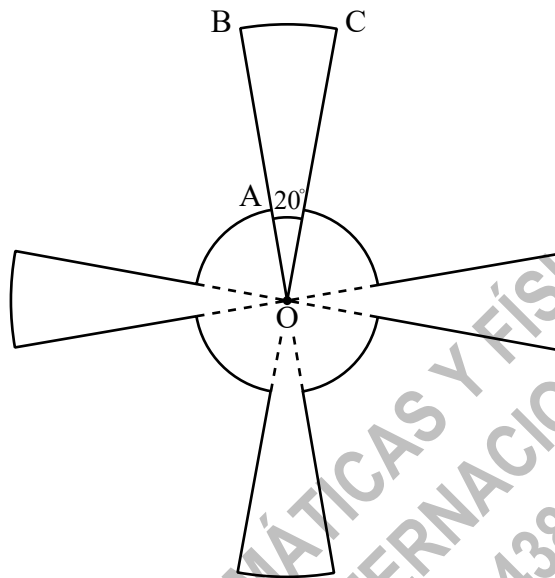


3. [Puntuación máxima: 4]

La figura muestra un colgante metálico compuesto por cuatro sectores circulares iguales de un círculo grande de radio $OB = 9\text{ cm}$ y cuatro sectores circulares iguales de un círculo más pequeño de radio $OA = 3\text{ cm}$.

El ángulo $BOC = 20^\circ$.



Halle el área del colgante.

CLASES DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA
BACHILLERATO INTERNACIONAL
WHATSAPP +51976438482
WWW.TEOTEVES.COM

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



16EP04

7. [Puntuación máxima: 5]

En la ecuación cuadrática $7x^2 - 8x + p = 0$, ($p \in \mathbb{Q}$), una de las raíces es tres veces mayor que la otra raíz.

Halle el valor de p .

CLASES DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA
BACHILLERATO INTERNACIONAL
WHATSAPP +51976438482
WWW.TEOTEVES.COM

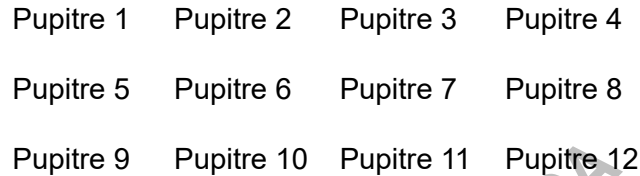


16EP08

9. [Puntuación máxima: 6]

Doce alumnos tienen que presentarse a un examen sobre combinatoria avanzada. El aula donde hacen el examen tiene tres filas de cuatro pupitres cada una, y el profesor encargado de supervisar el examen (el supervisor) se sitúa en la parte delantera del aula, como se muestra en el siguiente diagrama.

SUPERVISOR



(a) Halle el número de maneras en que pueden sentarse los doce alumnos en esta aula. [1]

Se sospecha que dos de los alumnos, Helen y Nicky, hicieron trampas en un examen previo.

(b) Halle el número de maneras en que se pueden sentar los alumnos, sabiendo que Helen y Nicky tienen que sentarse uno directamente detrás del otro (sin pupitres de por medio). Por ejemplo, Pupitre 5 y Pupitre 9. [2]

(c) Halle el número de maneras en que se pueden sentar los alumnos si Helen y Nicky no deben sentarse uno al lado del otro en la misma fila. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP10

No escriba soluciones en esta página.

Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

10. [Puntuación máxima: 17]

Considere la función $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sin x}$, $0 < x < \pi$.

- (a) (i) Muestre que la coordenada x del punto mínimo de la curva $y = f(x)$ satisface la ecuación $\tan x = 2x$.
- (ii) Determine los valores de x para los cuales $f(x)$ es una función decreciente. [7]
- (b) Dibuje aproximadamente el gráfico de $y = f(x)$, mostrando claramente el punto mínimo y todo comportamiento asintótico. [3]
- (c) Halle las coordenadas del punto del gráfico de f en el cual la normal al gráfico es paralela a la recta $y = -x$. [4]

Considere la región delimitada por la curva $y = f(x)$, el eje x y las rectas $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{3}$.

- (d) Ahora se rota esta región 2π radianes alrededor del eje x . Halle el volumen de revolución. [3]



16EP11

Véase al dorso

No escriba soluciones en esta página.

11. [Puntuación máxima: 18]

Considere la función $f(x) = 2 \operatorname{sen}^2 x + 7 \operatorname{sen} 2x + \tan x - 9$, $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$.

(a) (i) Determine una expresión para $f'(x)$ en función de x .

(ii) Dibuje aproximadamente el gráfico de $y = f'(x)$ para $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$.

(iii) Halle la coordenada x del punto (o de los puntos) de inflexión del gráfico de $y = f(x)$, rotulándolo(s) claramente en el gráfico de $y = f'(x)$.

[8]

(b) Sea $u = \tan x$.

(i) Exprese $\operatorname{sen} x$ en función de u .

(ii) Exprese $\operatorname{sen} 2x$ en función de u .

(iii) A partir de lo anterior, muestre que $f(x) = 0$ se puede expresar como $u^3 - 7u^2 + 15u - 9 = 0$.

[7]

(c) Resuelva la ecuación $f(x) = 0$, y dé las respuestas en la forma $\arctan k$, donde $k \in \mathbb{Z}$.

[3]



No escriba soluciones en esta página.

12. [Puntuación máxima: 15]

Phil quiere comprarse una casa y le pide al banco un préstamo de \$150 000 a una tasa de interés anual del 3,5%. El interés se calcula al final de cada año y se va añadiendo a la deuda pendiente.

- (a) Halle la cantidad de dinero que Phil deberá al banco cuando hayan transcurrido 20 años. Dé la respuesta aproximando al número entero de dólares más cercano. [3]

Para devolver el préstamo, Phil deposita al final de cada año \$ P en una cuenta de ahorro que paga una tasa de interés anual del 2%. Phil realiza el primer depósito al final del primer año (contando a partir del momento en que le conceden el préstamo).

- (b) Muestre que, al cabo de 20 años, el valor total de los ahorros de Phil será de
$$\frac{(1,02^{20} - 1)P}{(1,02 - 1)}$$
. [3]

- (c) Sabiendo que el objetivo de Phil es tener la casa en propiedad al cabo de 20 años, halle el valor de P , aproximado al número entero de dólares más cercano. [3]

David va a otro banco y realiza un único depósito de \$ Q . En ese banco la tasa de interés anual es del 2,8%.

- (d) (i) David quiere ir sacando de su cuenta \$5000 al final de cada año, durante un período de n años. Muestre que la expresión correspondiente al valor mínimo de Q es
$$\frac{5000}{1,028} + \frac{5000}{1,028^2} + \dots + \frac{5000}{1,028^n}$$
. (ii) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, halle el mínimo valor de Q que le permitiría a David sacar \$5000 de su cuenta todos los años de manera indefinida. Dé la respuesta aproximada al número entero de dólares más cercano. [6]



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



16EP14

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



16EP15

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



16EP16